پاسخنامه تشریحی مرحله اول سومین دوره المپیاد نجوم - اسفند ۱۳۸۵   کد برگه ۱

---

(۱) توان تفکیک تلسکوپ در بلندترین طول موج‌های قرمز، باید با قطر زاویه‌ای برج میلاد از روی ماه برابر باشد:

$$\alpha^{rad} = A.R^{rad}$$

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \dfrac{h}{d} = \dfrac{430\ m}{3.84\times10^{8}\ m} = \dfrac{\text{ارتفاع برج میلاد}}{\text{فاصله ماه از زمین}} \\ A.R^{rad} = 1.22\dfrac{\lambda}{D} = 1.22\ \dfrac{700\ nm}{D} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{430}{3.84\times10^{8}} = 1.22\frac{700\times10^{-9}\ m}{D} \Rightarrow D = 0.76 m = 76 cm$$

گزینه د

---

(۲) اسطرلاب یک وسیله برای اندازه‌گیری زاویه‌ها در آسمان است و برای تعیین موقعیت اجرام سماوی به کار می‌رود. گزینه ج

---

(۳) فرض می‌کنیم دنباله‌دارها نیروی گرانشی بر یکدیگر وارد نمی‌کنند، زیرا قطر هسته دنباله‌دار از مرتبه ده کیلومتر است و جرمش خیلی زیاد نیست. در این صورت دو دنباله‌دار روی یک مدار به دور خورشید گردش می‌کنند و چون طبق قانون دوم کپلر در زمان‌های مساوی، سطوح یکسانی را جارو می‌کنند، پس هیچ‌گاه با یکدیگر برخورد نمی‌کنند. دقت کنید دنباله‌دارها چون روی یک مدار هستند، پس حرکت مشابهی دارند. گزینه ج

نکته: اگر فرض کنیم که دنباله‌دارها به یکدیگر نیروی گرانشی وارد می‌کنند، کاری که در عمل اتفاق می‌افتد، مسئله بسیار دشوار می‌شود، زیرا دنباله‌دار بخشی از جرم خود را در هر حضیض خورشیدی از دست می‌دهد و پس از چندین گردش به دور خورشید (چندده تا چندصد گردش) محو می‌شود. مسئله را با اطلاعات موجود می‌توان به چندین شکل مجسم کرد که هر یک به نتیجه‌ای از گزینه‌های موجود (البته غیر از گزینه الف) ختم می‌شود. در این صورت شاید گزینه د مناسب‌ترین گزینه باشد.

---

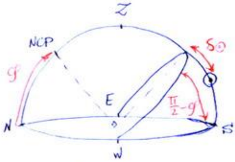
(۴)

$$B = B_\lambda \cdot \lambda \Rightarrow \begin{cases} B_{200\,nm} = a(204-200)_{nm} = 4a\ Wm^{-2} \Rightarrow B_1 = 4a \\ B_{500\,nm} = 2a(502-500)_{nm} = 4a\ Wm^{-2} \Rightarrow B_2 = 4a \end{cases}$$

$$m_2 - m_1 = -\frac{5}{2}\log\frac{B_2}{B_1} = -\frac{5}{2}\log\frac{4a}{4a} = -\frac{5}{2}\log 1 = 0 \Rightarrow m_2 - m_1 = 0$$

گزینه ج

$\delta_\odot = -23.5^\circ$ میل خورشید در روز اول دی ؟



(۵) همان طور که در شکل می‌بینیم، ارتفاع خورشید در ظهر اول دی‌ماه از شکل زیر بدست می‌آید:

$$alt_\odot = \frac{\pi}{2} - \varphi + \delta_\odot = \frac{\pi}{2} - 23.5^\circ - \varphi = 63.5^\circ - \varphi \quad *$$

با توجه به شکل هندسی سایه می‌توان ارتفاع خورشید را بدست آورد.

$$tg\,\theta = \frac{l}{\sqrt{3}\,l} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = alt_\odot = 30^\circ$$

$$*\; 63.5^\circ - \varphi = 30^\circ \Rightarrow \boxed{\varphi = 36.5^\circ}$$

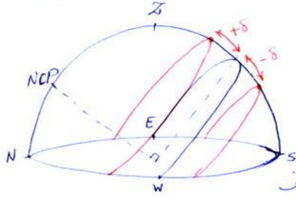
گزینه ج

---

(۶) میدان مغناطیسی زمین در غیاب هر جسم خارجی دیگر، همانند میدان مغناطیسی یک آهنربا است. اما به دلیل برهمکنش با میدان مغناطیسی خورشید، در یک جهت فشرده و در جهت دیگر کشیده شده است. زاویهٔ انحراف محور مغناطیسی زمین با محور دورانش نیز بسیار اندک است. گزینه د

---

(۷) آسمان تهران را در نظر می‌گیریم که یکی از شهرهای عرض جغرافیایی میانه است.



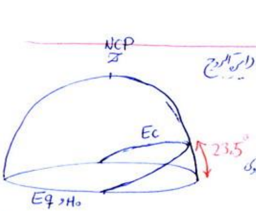
به وضوح مشخص است کمان‌هایی که دو ستاره با میل‌های مختلف در آسمان طی می‌کنند، متفاوت هستند و چون سرعت گردش این اجرام همان یک دور در شبانه‌روز است، پس زمان حضور آنها بر فراز افق نیز متفاوت است.

هر ستاره دو عبور دارد، عبور بالایی و عبور پایینی که زاویهٔ ساعتی این دو عبور ۱۲ ساعت اختلاف دارد؛ بنابراین دو ستاره‌ای که در حال عبور دیده می‌شوند، نمی‌توانند هم بعد باشند یا این که ۱۲ ساعت اختلاف بعد داشته باشند.

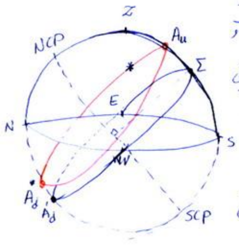
با این تفاصیل فقط گزینه الف درست است. گزینه الف

---

(۸) در آسمان ناظر قطبی، قطب شمال آسمان در سمت‌الرأس قرار دارد و استوای سماوی روی افق قرار می‌گیرد. دایرة البروج نیز چون با استوای سماوی اختلاف زاویه دارد، نیمی بالای افق و نیمی در زیر افق قرار دارد.



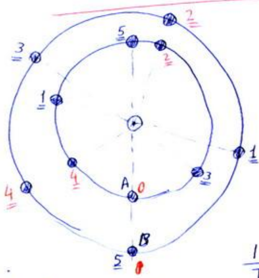
اما گردش وضعی در اینجا حول محوری است که از سمت‌الرأس عمود می‌شود، بنابراین حرکت وضعی اجرام سماوی موازی افق است و در فاصله شش ساعت، ارتفاع اجرام سماوی از افق ثابت می‌ماند. گزینه ب



(۹) ستاره در مسیر حرکت خود وقتی از نصف‌النهار (نصف‌النهار ناظر) عبور می‌کند، عبور بالایی است و وقتی از دایره ساعتی قرینه نصف‌النهار ناظر عبور می‌کند (NCP – N – SCP)، در عبور پایینی است. زاویه ساعتی نیز به فاصله نقطه Σ با محل تقاطع دایره ساعتی ستاره و استوای سماوی در جهت ساعتگرد گفته می‌شود.

همان طور که در شکل دیده می‌شود، ستاره در موقعیت A_d در عبور پایینی است. محل تقاطع دایره ساعتی ستاره و استوای سماوی A'_d است و فاصله A'_d تا Σ، 180° یا ۱۲ ساعت است. گزینه ج

(۱۰) گزینه ب — اصول ریاضی فلسفه طبیعی همان پرینکیپیا است و از جاودان آثار نیوتن است. المجسطی نیز نوشته بطلمیوس است.



0 و 2 و 4 : مقارنه داخلی

1 و 3 و 5 : مقارنه خارجی

(۱۱) سیاره درونی دو مقارنه دارد، مقارنه داخلی که سیاره بین خورشید و ناظر قرار می‌گیرد و مقارنه خارجی که سیاره پشت خورشید و روی خط واصل ناظر و خورشید قرار می‌گیرد.

چون فاصله زمانی بین هر مقارنه، نصف دوره هلالی سیاره درونی است، پس می‌توان دوره هلالی را با توجه به فرض مسئله بدست آورد:

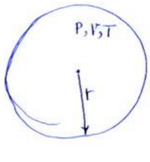
$$5 \times \frac{T_s}{2} = 1\,yr \Rightarrow T_s = \frac{2}{5}\,yr$$

حال از رابطه دوره هلالی، دوره نجومی سیاره را بدست می‌آوریم:

$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}$$

$$\frac{1}{2/5} = \frac{5}{2} = \frac{1}{T_A} - 1 \Rightarrow \frac{1}{T_A} = \frac{5}{2} + 1 = \frac{7}{2} \Rightarrow \boxed{T_A = \frac{2}{7}\,yr}$$

گزینه د



(۱۲)

$$P \propto \frac{1}{r} \Rightarrow P = \frac{k}{r}, \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad \frac{PV}{T} = \text{ثابت} \;\Rightarrow\; \frac{\frac{k}{r} \times \frac{4}{3}\pi r^3}{T} = \frac{4\pi k}{3} \cdot \frac{r^2}{T} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{r^2}{T} = \text{ثابت}$$

چون هوای داخل حباب محبوس است، پس می‌توان رابطه گازهای کامل را بین دو حالت دمایی استفاده کرد.

$$\frac{r_0^2}{T_0} = \frac{r^2}{T}, \quad T = \frac{T_0}{2} \;\Rightarrow\; r^2 = \frac{r_0^2}{2} \Rightarrow r = \frac{r_0}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2} r_0}$$

گزینه الف

(۱۳) زمان نوردهی برای ستاره‌ای به میل δ از رابطه $t = \frac{1000}{f.\cos\delta}$ بدست می‌آید که در آن f فاصله کانونی دوربین است.

فاصله قطبی، زاویه متمم میل است، پس داریم:

$$t = \frac{1000}{f\cos(\frac{\pi}{2}-p)} = \frac{1000}{f\sin p}$$

حال نسبت این دو زمان را بدست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned} t_\circ &= \frac{1000}{f\sin p} \\ t &= \frac{1000}{f\sin 2p} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{t}{t_\circ} = \frac{\frac{1000}{f\sin 2p}}{\frac{1000}{f\sin p}} = \frac{\sin p}{\sin 2p}, \quad \sin 2p = 2\sin p\cos p \;\Rightarrow$$

$$\frac{t}{t_\circ} = \frac{\sin p}{2\sin p\cos p} = \frac{1}{2\cos p} = (2\cos p)^{-1}$$

گزینه د

---

(۱۴) یک لامپ صد واتی معمولی، سطح مقطع دایره‌ای (در بیشترین سطح) با قطر $D = 5^{cm}$ دارد. تعداد لامپ‌ها را می‌توان از تقسیم سطح زمین بر سطح لامپ بدست آورد:

$$N \times S_{\text{لامپ}} = S_{\text{زمین}} \Rightarrow N = \frac{4\pi R^2_\oplus}{\pi\frac{D^2}{4}} = \frac{16(6.38\times10^6_m)^2}{(5\times10^{-2}_m)^2} = 2.589\times10^{17}$$

$$L_\oplus = N L_{\text{لامپ}} = 2.589\times10^{17}\times100^W = 2.589\times10^{19}W$$

اگر بخواهیم درخشندگی زمین را در ماه حساب کنیم، باید ببینیم در ... [illegible] ... چه شدتی وجود دارد:

شدت درخشندگی زمین در ماه: $I_\oplus = \frac{L_\oplus}{4\pi a_D^2}$

$$I_\oplus = \frac{2.589\times10^{19}_W}{4\pi(3.84\times10^8_m)^2} = \frac{2.589\times10^{19}}{1.853\times10^{18}}\cdot\frac{W}{m^2} = 13.972\,\frac{W}{m^2}$$

حال که شدت درخشندگی زمین را بدست آوردیم، کافی است آن را با مقدار دیگری مقایسه کنیم که خورشید نیز جزو آن است:

$$\left.\begin{aligned} m_\odot &= -26.8 \\ I_\odot &= 1.37\times10^3\,\frac{W}{m^2} \\ I_\oplus &= 13.972\,\frac{W}{m^2} \\ m_\oplus &= ? \end{aligned}\right\} \Rightarrow m_\oplus - m_\odot = -\frac{5}{2}\log\frac{I_\oplus}{I_\odot} \Rightarrow m_\oplus - (-26.8) = m_\oplus + 26.8 = -\frac{5}{2}\log\frac{13.972}{1370}$$

$$\Rightarrow m_\oplus + 26.8 = -\frac{5}{2}\log 0.0102 \simeq +5 \Rightarrow m_\oplus = -26.8 + 5 = -21.8$$

نزدیک‌ترین پاسخ، $m = -23$ است. گزینه الف

---

(۱۵) باد خورشیدی را از ذرات هیدروژن در نظر می‌گیریم. داریم:

تغییر اندازه حرکت برابر است با نیرو × زمان. زمان را به صورت $\frac{\text{تغییر مکان}}{\text{سرعت}}$ می‌نویسیم و مقدار را لحاظ می‌کنیم. $\frac{m}{\Delta V}$، همان چگالی ذرات در واحد سطح است. داریم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mv^2}{A\Delta x} = \frac{m}{\Delta V}v^2 = N m_H v^2$$

$$\left.\begin{aligned} \overset{\text{اندازه حرکت}}{\Delta P} &= \Delta m v = F\Delta t \\ \Delta t &= \frac{\Delta x}{v} \end{aligned}\right\} \Rightarrow F = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{m v^2}{\Delta x}$$

$$P = n m_H v^2 = n(1.67\times10^{-27}_{kg})(300\times10^3 m/s)^2 \Longrightarrow P = 1.5n\times10^{-16}\,N/m^2 \approx \boxed{10^{-16}n\,N/m^2}$$

گزینه ج

۱۶) در مورد سیاه‌چاله فقط می‌توان شعاع شوارتزشیلد آن را حساب کرد.

$$R_{sch} = \frac{2GM}{c^2}$$

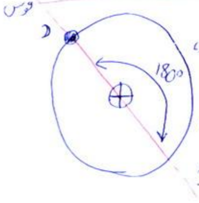
$$R_{sch} = \frac{2(6.67\times10^{-11})(3\times10^{6} M_\odot)(1.99\times10^{30}\ \frac{kg}{M_\odot})}{(3\times10^{8}\ m/s)^2} = 8.85\times10^{9} m = \frac{8.85\times10^{9} m}{1.5\times10^{11}\ \frac{m}{AU}} = 0.059\ AU$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{sch} = 0.06\ AU}$$

گزینه ج

۱۷) یک ستاره حداقل دمای خود 2500^{K} را دارد. اگر ستاره از این مقدار گرم‌تر شود، بیشترین درخشندگی‌اش به طول موج قرمز می‌رسد، اما اندکی بعد، از حدود 4000^{K} بیشترین درخشندگی از قرمز عبور می‌کند و وارد نور مرئی می‌شود. پس در $T < 4000^{k}$، با گرم شدن ستاره تابش در طول موج قرمز افزایش می‌یابد و در $T > 4000^{k}$، این تابش کاهش می‌یابد. گزینه د

۱۸) در قطب شمال، همان طور که در سؤال ۸ دیدیم، استوای سماوی روی افق قرار می‌گیرد. پس صور فلکی نیمکره جنوبی بر فراز افق دیده نمی‌شوند. صورت فلکی سپر تنها صورت فلکی جنوبی در گزینه‌ها است. گزینه ج



۱۹) همان طور که در شکل می‌بینید، خط دید ماه از دید ناظر زمینی با خط دید زمین از دید ناظر روی ماه $180°$ اختلاف دارد. پس زمین در صورت فلکی‌ای دیده می‌شود که ۱۸۰ درجه با قوس فاصله دارد. از سوی دیگر زمین و ماه تقریباً روی دایرة‌البروج هستند. پس صورت فلکی مورد نظر است که در دایرة‌البروج باشد و با قوس به اندازه $180°$ یا ۶ ماه اختلاف داشته باشد. پاسخ صورت فلکی جوزا است. گزینه ب

۲۱) با استفاده از مقیاس‌های جدول، مقادیر T^{-4} و r^2 را به دست می‌آوریم. درخشندگی ستاره‌ها از رابطه $L = 4\pi r^2 \sigma T^4$ به دست می‌آید. با معکوس کردن T^{-4} در رابطه و ضرب در r^2 می‌توان نسبت‌ها را به دست آورد:

$T_B^{-4} = 4.5$, $r_B^2 = 4.5$

$T_A^{-4} = 1.5$, $r_A^2 = 4.5$

$T_C^{-4} = 4.5$, $r_C^2 = 13.5$

$$\left.\begin{aligned} L_A &= r_A^2 T_A^4 = \frac{r_A^2}{T_A^{-4}} = \frac{4.5}{1.5} = 3 \\ L_B &= r_B^2 T_B^4 = \frac{r_B^2}{T_B^{-4}} = \frac{4.5}{4.5} = 1 \\ L_C &= r_C^2 T_C^4 = \frac{r_C^2}{T_C^{-4}} = \frac{13.5}{4.5} = 3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow L_A = L_C = 3L_B$$

گزینه د

(۲۲) روی سطح محدب زمین را با آینه‌ای بپوشانیم، سطح زمین به آینه‌ای محدب تبدیل می‌شود که شعاع آن $R_\oplus$ است. در آینه محدب داریم: $f=\frac{R}{2}$

پس فاصله کانونی این آینه عظیم $\frac{R_\oplus}{2}=f$ است. حال از جسمی که تقریباً در فاصله $p=3.84\times10^{8}m$ قرار دارد، تصویری مجازی تشکیل می‌شود که می‌توان فاصله‌اش را از رابطه $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$ اندازه‌گیری کرد:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

$$p=3.84\times10^{8}m=\frac{3.84\times10^{8}m}{6.38\times10^{6}\frac{m}{R_\oplus}}\simeq 60R_\oplus$$

$$\frac{1}{60R_\oplus}+\frac{1}{q}=-\frac{1}{R_\oplus/2}=-\frac{2}{R_\oplus}\Rightarrow\frac{1}{q}=-\frac{2}{R_\oplus}-\frac{1}{60R_\oplus}=-\frac{120+1}{60R_\oplus}=-\frac{121}{60R_\oplus}$$

$$\Rightarrow q=\frac{-60}{121}R_\oplus\approx\frac{-R_\oplus}{2}$$

تصویر در کانون تشکیل می‌شود (گزینه الف)

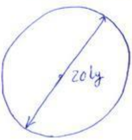
نکته: ناظری که در سطح زمین ایستاده است، انحنای این آینه محدب را احساس نمی‌کند، بنابراین آینه را به شکل یک سطح تخت احساس می‌کند. بنابراین فرض می‌کند تصویر را در آینه تخت احساس می‌کند که فاصله آن تا آینه برابر است با فاصله جسم تا آینه، یعنی شعاع مدار ماه و بدین ترتیب، گزینه د درست است.

---

(۲۳) M32، همدم کهکشان آندرومدا، M31 است و در صورت فلکی زن در زنجیر (آندرومدا) قرار دارد. گزینه هـ

---

(۲۴)



$$m_{H_2}=2m_H=2(1.67\times10^{-27})kg$$

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\quad,V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi\frac{D^3}{8}$$

$$\rho=Nm_{H_2}=10^{4}/cm^3\times3.34\times10^{-27}kg=3.34\times10^{-23}kg/cm^3=3.34\times10^{-17}kg/m^3$$

$$cm^3=10^{-6}m^3$$

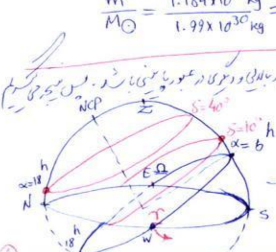
$$\Rightarrow m=3.34\times10^{-17}\frac{kg}{m^3}\times\frac{4\pi}{3}\times\frac{1}{8}(20\times9.46\times10^{15}m)^3=1.184\times10^{35}kg$$

$$\frac{m}{M_\odot}=\frac{1.184\times10^{35}kg}{1.99\times10^{30}kg}=5.95\times10^{4}\approx6\times10^{4}\Rightarrow m=6\times10^{4}M_\odot$$

گزینه ج

---

(۲۵) هر دو ستاره در حال عبور دیده می‌شوند. پس باید هر دو ستاره بالای افق باشند و یکی در حال عبور بالایی و دیگری در عبور پایینی باشد. پس نتیجه می‌گیریم اگر این دو ستاره در عبور پایینی هم بر بالای افق است، پس باید دور قطبی باشد.

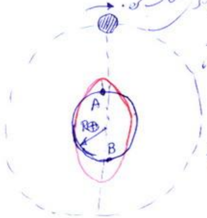


چون بعد در راستای یک ستاره ۶ ساعت است پس نقطه W و نقطه اول حمل، ♈ روی آن قرار دارد. در زمان کنونی زاویه ساعتی نقطه ♈ ۶ ساعت است یعنی:

$$\left.\begin{array}{l}\varphi=60^\circ\\ ST=6^h\end{array}\right\}$$ گزینه ب

(۲۶) در پدید آمدن مد دریا، گرانش ماه و خورشید نقش اصلی را بر عهده دارند و بیان شود که موجب شده هم تغییرات شدت این نیرو و هم کشند

اثرات گرانشی ماه و خورشید بر یکدیگر اثرگذار است. اما گزینه‌های موجود به شکلی است که کلی پاسخ درست را به سادگی انتخاب می‌کنیم.



همان طور که می‌بینید، فاصله نقاط A و B نسبت به ماه به اندازه $2R_\oplus$ متفاوت است، بنابراین فاصله ماه تا سطح دریا در بدنه‌های متوالی متفاوت است و این موجب تغییر نیروی گرانش ماه می‌شود.

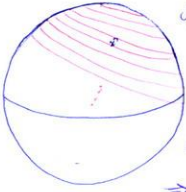
اثرات برآیندی نیروی گرانشی ماه و خورشید نیز درست به نظر می‌رسد، هر چند که هر دوره مدی حدود ۱۲ ساعت طول می‌کشد، ماه به اندازه ۷° در آسمان جابجا می‌شود.

اگر گزینه الف را یعنی تغییر فاصله مرکز زمین و مرکز ماه در نظر بگیریم (که در اغلب موارد همین تغییر درست است)، آنگاه گزینه ب پاسخ درست است. اما اگر گزینه الف را یعنی تغییر فاصله مرکز ماه و سطح زمین در نظر بگیریم، آنگاه هم الف و هم ب پاسخ درست محسوب می‌شوند.

گزینه ب

---

(۲۷) همان طور که در شکل می‌بینیم، سطح کره زمین با نوارهای به پهنای $12{,}5^{mm}$ پوشیده می‌شود. در این صورت گویی یک مستطیل بسیار بلند به عرض $12{,}5^{mm}$ داریم که آن را مانند پتو روی زمین قرار داده‌ایم و تمام زمین را با آن پوشانده‌ایم. پس نتیجه می‌گیریم که سطح زمین با سطح این مستطیل برابر است.



$$4\pi R_\oplus^2 = lt$$

$$\Rightarrow 4\pi\,(6.38\times10^{6}\,m)^2 = l\,(12.5\times10^{-3}\,m)$$

$$\Rightarrow l = \frac{4\pi(6.38\times10^{6})^2\,m^2}{12.5\times10^{-3}\,m} = 4.092\times10^{16}\,m$$

$$l = \frac{4.092\times10^{16}\,m}{9.46\times10^{15}\,m/ly} = 4.32\,ly$$

این طول تقریباً برابر فاصله خورشید تا نزدیک‌ترین ستاره، یعنی منظومه آلفا قنطورس است.

گزینه د

---

(۲۸) در مرداد ماه امسال، اجلاس IAU تصمیم گرفت پلوتو را از فهرست سیارات خارج کند و در رده سیارات کوتوله جای دهد. بنابراین منظومه شمسی تنها ۸ سیاره دارد. قمر آیو (Io) فعالیت آتشفشانی شدیدی دارد و به همین دلیل، زنده‌ترین است که فعال‌تر از زمین است. سیاره کوتوله پلوتو هم حداقل ۳ قمر دارد که ۲ تای آن در تابستان امسال کشف شده‌اند.

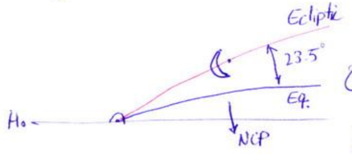
گزینه ج

۲۹) دالنتینا ترشکوا نخستین فضانورد زن است که با فضاپیمای وستوک ۶ به گرد زمین چرخید. سوتلانا ساویتسکایا نخستین زنی است که دوبار به فضا سفر کرد. گزینه ج

۳۰) کهکشان‌های دوردست به دلیل انبساط عالم، در حال دور شدن از ما هستند. به همین دلیل پدیده دوپلری انتقال به سرخ را می‌بینیم و نور آنها سرخ‌تر بنظر می‌رسد. اثرات غبار در سرخ شدن بسیار اندک است و قابل مقایسه با این پدیده دوپلری نیست. همین است که کهکشان‌های نزدیک‌تر زرد دیده می‌شوند.

گزینه د

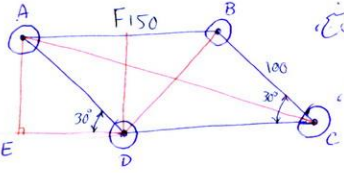
۳۱) از آنجا که هلال روشن است و در هنگام غروب آفتاب دیده می‌شود، پس هوای زاویه زیادی، حدود ۲۵° با خورشید دارد. بنابراین می‌تواند هلال دیده در عرض دایرةالبروجی +5° باشد.



اگر ماه و خورشید را روی دایرةالبروج در نظر بگیریم، و زاویه میل ماه نسبت به دایرةالبروج در حد ۵° (حتی کمتر) قابل مقایسه نیست. با توجه به تاریخ مشخص می‌شود که خورشید در اعتدال بهاری است، پس ماه تقریباً در بعد و میل بیشتر از خورشید وجود دارد.

با توجه به نکته و توجه به زاویه 23.5° بین دایرةالبروج و استوا، استوای سماوی را رسم می‌کنیم. حال سمت نصف‌النهار و قطبین آسمانی را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه ماه در سمت راست خورشید قرار دارد و دایرةالبروج در جهت سرشمالی است، پس این منطقه دارای عرض جغرافیایی جنوبی است و قطب شمالی سماوی در زیر افق قرار دارد. بنابراین جهت F نقطه مسافه است. گزینه و

۳۲) مرکز تصویر ماه در صفحه دایرةالبروج بر گرد خورشید دوران می‌کند پس روی دایرةالبروج دیده می‌شود. در میان گزینه‌ها فقط الف است که صفحه دایرةالبروجی است. گزینه د



۳۲) این چهار تلسکوپ تشکیل یک تداخل سنج را می‌دهند (تداخل سنج)،

می‌توانند توان تفکیک تلسکوپی به قطر بیشترین فاصله دو تلسکوپ از یکدیگر را تولید کنند،

اما حدود آن سه برابر از تلسکوپ معادل کمتر است.

با توجه به شکل می‌فهمیم که AC بیشترین فاصله دو تلسکوپ‌ها و BD کمترین فاصله است داریم:

$$\hat{ADE} = \hat{BCD} = 30^\circ$$

$$AC^2 = AE^2 + EC^2 = (AD \sin 30^\circ)^2 + (CD + DE)^2 = \left(\frac{100}{2}\right)^2 + \left(150 + \frac{100\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow AC = 241.83\,m$$

$$BD^2 = DF^2 + FB^2 = (AD \sin 30^\circ)^2 + (AB - AD\cos 30^\circ)^2 = \left(\frac{100}{2}\right)^2 + \left(150 - \frac{100\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow BD = 80.74\,m$$

بیشترین قطر تداخل سنج $= AC + 2r = 241.83 + 3 = 244.83\,m$

کمترین قطر تداخل سنج $= BD + 2r = 80.74 + 3 = 83.74\,m$ $\Rightarrow$

توان تفکیک یک تداخل سنج به اندازه توان تفکیک یک تلسکوپ معمولی است.

$$A.R = 1.22\frac{\lambda}{D} \Rightarrow A.R_{max} = 1.22\frac{\lambda}{D_{max}}, \quad A.R_{min} = 1.22\frac{\lambda}{D_{min}}$$

نکته: باید دید منظور طراح سؤال از حداقل توان تفکیک این مجموعه چیست. آیا منظور این است که استفاده از تنها یک رادیوتلسکوپ هم جزو توان تفکیک مجموعه محسوب می‌شود یا خیر. به عبارت دیگر آیا فعالیت مستقل از یکدیگر رادیوتلسکوپ‌ها، جزو مجموعه عملکرد به شمار می‌آید یا خیر. بنابراین سوال را در دو شاخه حل می‌کنیم.

الف) $D_{max} = 244.83\,m$، $D_{min} = 83.74\,m$ $\Rightarrow \dfrac{A.R._{min}}{A.R._{max}} = \dfrac{D_{max}}{D_{min}} = \dfrac{244.83\,m}{83.74\,m} = 2.92 \simeq 3$

قدرت تفکیک دو قابلیت تداخل سنجی

ب) $D_{max} = 244.83\,m$، $D_{min} = 3\,m$ $\Rightarrow \dfrac{A.R_{min}}{A.R_{max}} = \dfrac{D_{max}}{D_{min}} = \dfrac{244.83}{3} = 81.61 \simeq 81$

قدرت تفکیک یک تلسکوپ به تداخل سنج

نکته: یک درمورد تعریف قدرت تفکیک قدری اشتباه شده است. معمولاً مصطلح است که می‌گویند توان تفکیک این تلسکوپ مثلاً ۰.۱ ثانیه است. بنابراین به نظر می‌رسد منظور سؤال نسبت قدرت تفکیک باشد که چون حداقل قدرت تفکیک ضعیف‌تر است، پس پاسخ مورد نظر $\frac{1}{3}$ (الف) یا $\left(\frac{1}{81}\right)$ (ب) خواهد بود. گزینه الف یا ب

---

۳۴) نیوتن در سالی متولد شد که گالیله از دنیا رفت. بطلمیوس سال‌ها پس از هیپارخوس زندگی کرد. نیوتن حدود ۱۰۰ سال بعد از آنکه کوپرنیک نظریه خورشید مرکزی را مطرح کرد. گالیله و کپلر در یک دوره زندگی می‌کردند، اما هیچ شواهدی دال بر ارتباط آنها با یکدیگر وجود ندارد. اما ابوعلی سینا و ابوریحان بیرونی هم در یک عصر زیسته‌اند و هم با یکدیگر در ارتباط بوده‌اند (رسایل بوعلی سینا را با یکدیگر ببینید) گزینه د

۳۵) معلوم است که برای اینکه ماهواره به مدار مورد نظر برسد، باید سرعت $v'=\sqrt{2}v$ در زاویه 135° با راستای حرکت مدار ماهواره اعمال شود. پس موتورها باید انرژی جنبشی معادل این سرعت را تولید کنند بنابراین:

گزینه الف

$$K=\frac{1}{2}mv'^2=\frac{1}{2}m\times 2v^2=mv^2$$

---

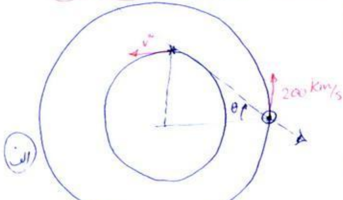
۳۶) آتشفشان المپوس در مریخ با ارتفاع $30\,km$ مرتفع‌ترین آتشفشان منظومه شمسی است.

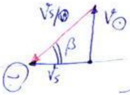
گزینه ب

مسایل کوتاه

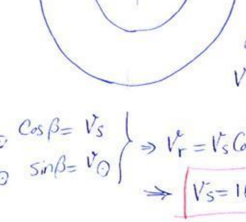
(1) زاویه خط دید: $tg\,\theta=\frac{r_\odot/2}{r_\odot}=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=26.65^\circ$

سرعت ماهواره زمانی که ستاره‌شناسان اندازه‌گیری کرده‌اند به سمت ستاره است. به طور شهودی، زیرا ماهواره ساکن باشد دیگر اجزای منظومه شمسی با سرعت $200\frac{km}{s}$ به دور مرکز کهکشان می‌گردند:





(ب) سرعت $V_{s/\odot}$ سرعتی است که ماهواره اندازه‌گیری می‌کند. با توجه به شکل تغییری نکرده‌اند پس:



دوپلر: $\frac{V_r}{c}=\frac{\Delta\lambda}{\lambda}=2\times10^{-4}\Rightarrow V_r=2\times10^{-4}\times3\times10^{8}\,m/s=60\,km/s$

$\alpha=\beta+\theta$ و $V_r=V_{s/\odot}\cos(\alpha)$

$V_{s/\odot}\cos(\alpha)=V_{s/\odot}\left[\cos(\beta+\theta)\right]=V_{s/\odot}\left(\cos\beta\cos\theta-\sin\beta\sin\theta\right)$

با توجه به شکل ب:

$$\left.\begin{array}{l}V_{s/\odot}\cos\beta=V_s\\ V_{s/\odot}\sin\beta=V_\odot\end{array}\right\}\Rightarrow V_r=V_s\cos\theta-V_\odot\sin\theta\Rightarrow 60=0.901\,V_s-86.417$$

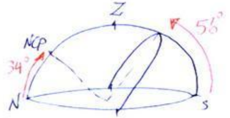
$$\Rightarrow \boxed{V_s=162.4\ km/s}$$

$$\text{نسبت سرعت}=\frac{162.4}{200}=0.812=\boxed{8.12\times10^{-1}}$$

ارتفاع تابستانی $alt_{max\odot} = 56^\circ + \delta_\odot = 56^\circ + 23.5^\circ = 79.5^\circ$

ارتفاع زمستانی $alt_{min\odot} = 56^\circ + \delta_\odot = 56^\circ - 23.5^\circ = 32.5^\circ$

(۲)



در تعادل این صفحه، در این است که در آن انرژی خورشیدی جذب شده با انرژی تابش شده از جسم سیاه برابر شود

$$E_{\text{دریافتی}} = (0.7) I_\odot A \sin alt_\odot = 1370 \tfrac{W}{m^2} A \sin alt_\odot (0.7) = 959 A \sin alt_\odot$$

$$E_{\text{گسیلی}} = S.\sigma T^4$$

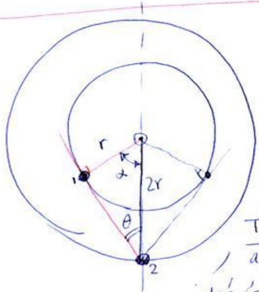
چون سطح زیرین این صفحه عایق حرارتی است پس حرارت تنها از طریق سطح بالایی گسیل می‌شود بنابراین خواهیم داشت: $S=A$

$$E_{\text{دریافتی}} = E_{\text{گسیلی}} \Rightarrow 959 A \sin alt_\odot = A \sigma T^4 \Rightarrow T^4 = \frac{959}{\sigma} \sin alt_\odot = 1.69 \times 10^{10} \sin alt_\odot$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_{max}^4 = 1.69\times10^{10} \sin 79.5^\circ = 1.66\times10^{10} \Rightarrow T_{max} = 358.94\ k \\ T_{min}^4 = 1.69\times10^{10} \sin 32.5^\circ = 0.908\times10^{10} \Rightarrow T_{min} = 308.69\ ^\circ k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta T = 358.94 - 308.69 \Rightarrow \boxed{\Delta T = 50.25\ k^\circ}$$

(۳) حالت تربیع زمانی است که از سیاره ۲، ۱50 ... زمانی است که سیاره در حالت تربیع نسبت به سیاره دیگر قرار گیرد.



$$\sin\theta = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

برای بدست آوردن زمان دو تربیع متوالی، ابتدا باید دوره تناوب سیاره دوم را بدست آوریم.

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} \Rightarrow T_2^2 = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3 T_1^2 \Rightarrow T_2 = \sqrt{8}\, T_1 = 848.53^{day}$$

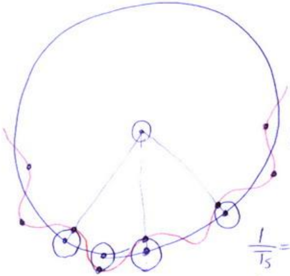
مدت زمان رسیدن سیاره از تربیع به مقارنه داخلی مدت زمانی است که زاویه 60° را با دوره سینودیک طی کند.

$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = \frac{1}{300} - \frac{1}{848.53} \Rightarrow T_s = 464.075\ day$$

$$\begin{matrix} 360^\circ & T_s \\ 60^\circ & \Delta t \end{matrix} \Rightarrow \Delta t = 77.34^{day}$$

مدت زمان بین تربیع و مقارنه داخلی سیاره داخلی

مدت زمان بین دو تربیع $= ۲ \times \Delta t = ۲ \times$ زمان بین تربیع و مقارنه داخلی $\Rightarrow \boxed{\Delta t = 154.7\ day}$



(۵) در حرکت ساده‌ی قمر به دور خورشید، هر وضعیتی پس از یک دوره تناوب تکرار می‌شود.
که از این وضعیت آرایش نسبی قمر، مقارنه قمر با خورشید در نظر گرفت، پس فاصله زمانی بین
دو مقارنه قمر با خورشید، برابر دوره تناوب است. اما فاصله زمانی دو مقارنه قمر با خورشید از دوره تناوب
این قمر است که به‌سیستم مدار آن را حساب کرد.

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_D} - \frac{1}{T_P}$$

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{30} - \frac{1}{350} \Rightarrow \boxed{T_S = 32.81 \text{ day}}$$

---

(۶)

$$\left.\begin{array}{l} I = \dfrac{L}{4\pi d^2} \\ I_1 = 2I_0 \\ L_1 = L_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{L_1}{4\pi d_1^2} = \frac{2L_0}{4\pi d_0^2} \Rightarrow d_1^2 = \frac{d_0^2}{2} \Rightarrow d_1 = \frac{d_0}{\sqrt{2}}$$

زمانی که درخشندگی شهاب‌سنگ دو برابر شود، فاصله آن با ما به $\frac{1}{\sqrt{2}}$ فاصله قبلی کاهش پیدا کرده است.

$$\left.\begin{array}{l} d_0 = 2.7\ Pc \\ d = \dfrac{d_0}{\sqrt{2}} \end{array}\right\} \Rightarrow d_1 = 1.9092\ Pc \Rightarrow \Delta d = d - d_0 = 0.7908\ Pc = 0.7908 \times 3.09 \times 10^{16}\ km$$

$$\Rightarrow \Delta d = 2.4436 \times 10^{16}\ m = 2.4436 \times 10^{13}\ km$$

مسافت طی شده توسط شهاب‌سنگ

$$\left.\begin{array}{l} \Delta t = \dfrac{\Delta d}{v} = \dfrac{2.4436 \times 10^{13}\ km}{8\ km/s} = 3.0545 \times 10^{12}\ s \\ 1yr = 365.24 \times 24 \times 3600\ s \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 9.68 \times 10^4\ yr}$$

---

(۷)

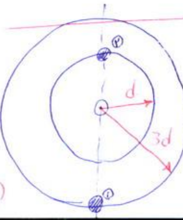
$$\left.\begin{array}{l} L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \\ L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{L}{L_\odot} = \frac{R^2 T^4}{R_\odot^2 T_\odot^4} = \frac{(5.16 \times 10^9\ m)^2 (28000)^4}{(6.96 \times 10^8)^2 (5.79 \times 10^3)^4} = 3 \times 10^4$$

فرض می‌کنیم تصحیح بولومتریک این ستاره و خورشید برابر باشد.

$$M - M_\odot = -\frac{5}{2} \log \frac{L}{L_\odot} \Rightarrow M - 4.72 = -2.5 \log(3 \times 10^4) = -11.195 \Rightarrow \boxed{M = -6.475}$$

---

(۸) چون فاصله هر دو سیاره از ناظر یکسان است، کافی است درخشندگی هر سیاره را با دیگری مقایسه کنیم.



$$\left.\begin{array}{l} L_2 = A_2 \pi R_2^2 \dfrac{L_\odot}{4\pi d_2^2} = \dfrac{A L_\odot}{4} \cdot \dfrac{4R^2}{d^2} \\ L_1 = A_1 \pi R_1^2 \dfrac{L_\odot}{4\pi d_1^2} = \dfrac{A L_\odot}{4} \cdot \dfrac{R^2}{9d^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{4 \times 9} = \frac{1}{36}$$

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{L_1}{L_2} = -2.5 \log \frac{1}{36} \Rightarrow \boxed{m_1 - m_2 = 3.89}$$

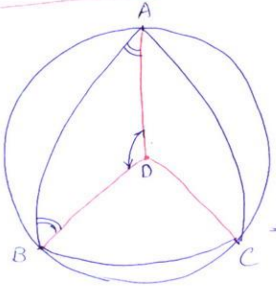
۲۰) این سؤال تخمینی است. فرض می‌کنیم از هر ۱۰ نفر ایرانی یک نفر خودرو داشته باشد. تعداد خودروها که $= \frac{7\times10^7}{10} = 7\times10^6 = N$

فرض می‌کنیم هر فرد خودروی خود را به طور متوسط در روز یک ساعت براند. سرعت متوسط را هم $60\ \frac{km}{h}$ در نظر می‌گیریم.

$$\Delta x = NV\Delta t = 7\times10^6\left(60\ \frac{km}{h}\right)(1^h) = 4.2\times10^8\ km = 2.8\ AU$$

پس چنانکه می‌بینید این مسافت از زمین تا خورشید بیشتر است. مهم‌ترین عامل خطا در این تخمین تعداد خودروها است. گزینه الف

مسائل کوتاه | ۴) تصویر مثلث را از بالا می‌بینیم.



$$\widehat{AD} = \widehat{BD} = \widehat{DC} = 30^\circ$$

$$\hat{ADB} = \hat{BDC} = \hat{CDA} = 120^\circ$$

قضیه کسینوس‌ها:

$$\cos\widehat{AB} = \cos\widehat{AD}\cos\widehat{DB} + \sin\widehat{AD}\sin\widehat{BD}\cos\hat{ADB}$$

$$\Rightarrow \cos\widehat{AB} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \widehat{AB} = 51.32^\circ$$

قضیه سینوس‌ها:

$$\frac{\sin\hat{BAD}}{\sin\widehat{BD}} = \frac{\sin\hat{ADB}}{\sin\widehat{AB}}$$

$$\Rightarrow \sin\hat{BAD} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}{\sin(51.32)} \Rightarrow \hat{BAD} = 33.69^\circ$$

$$\Sigma\ \text{زوایا} = 6\times\hat{BAD} = \boxed{202.14^\circ}$$